

計算によるボールの真上投げの最高到達点と実際に投げた高さが一致するか

まず、復習をしました。

(0) ボールを真上に投げ上げて4秒でもどってきたとき、 x 秒後、 y mの高さにボールがあったとすると、みんなから次の式の声がありました。

$$y=f(x)=-5x^2+20x$$

これは、 $-5x^2$ は自由落下より、また滞空時間 $\times 5$ =初速度と前回までに分かったので、このことから上の式ができました。

(1) このボールを10mの高さから投げ上げたという想定では、 x 秒後、 y mの高さにあるとすると、

$$y=f(x)=-5x^2+20x+10$$

(2) 20mの高さからボールを真上に投げ上げて6秒でもどってきた場合、 x 秒後、 y cmの高さにあるとすると、

$$y=f(x)=-5x^2+30x+20$$

(1) では、最高のボールの高さは、 $x=2$ 秒(4秒 $\div 2$)のときなので、

$$f(2)=-5(2)^2+20(2)+10=30\text{m}$$

(2) では、最高のボールの高さは、 $x=3$ 秒(6秒 $\div 2$)のときなので、

$$f(3)=-5(3)^2+30(3)+20=65\text{m}$$

などと、求まるということが分かったのです。

そして、いよいよ実験。実際にテニスコートから4階(この日の授業の教室)のみんなの視線を目標にボールを投げ上げてもらうことにしました。

みんなには、ボールがもどってくるまでの時間(これを滞空時間といいます)をストップウォッチで計ってもらいました。1回14人~15人が1つの窓から3人~4人ボールの行方を追って。

その後、一人ひとりが計った(ストップウォッチで)滞空時間を黒板に書いてその平均をだしました。クラスを約半分の人数の2班にわけて各班1回ずつやりました。その結果、

1班の平均滞空時間 …2.44秒 2班の平均滞空時間 …2.34秒 でした。

1班について (1回目の真上投げ)

初速度は $2.44 \times 5 = 12.2\text{m/秒}$

つまり、 x 秒後、 y mの高さにボールがあるとすると、地上8mから投げ上げたので(下図)

$$y=f(x)=-5x^2+12.2x+8$$

したがって、ボールが最高の高さになる時間は $2.44 \div 2 = 1.22$ 秒

よって、 $f(1.22) = -5(1.22)^2 + 12.2(1.22) + 8$

$$\approx 15.44\text{m}$$

と求まりました。

校舎の高さは1フロア3.8mです。したがって、みんなの視線は4階の床から1.5m(身長-10cm)としたとき、

$$3.8 \times 3 + 1.5 = 12.9\text{m}$$

2班について (2回目の真上投げ)

初速度 $2.34 \times 5 = 11.7\text{m/秒}$

先の同様に考えると、

$$y=f(x)=-5x^2+11.7x+8$$

$$f(1.17) = -5(1.17)^2 + 11.7(1.17) + 8$$

$$\approx 14.85\text{m}$$

みんなの証言からほぼ視線付近の高さまで上ったということで、2m前後の誤差の発生を考えると、2回ともほぼ理論で出した(計算)高さと実験の高さは、

「一致している」 ←みんなからの声 ことになります。

